

2009

Categoria Benjamin

Per studenti del primo e secondo anno della scuola media inferiore

1. Risposta **B)** Tutti quelli tra 3 e 19, estremi compresi, quindi 17 numeri interi.
2. Risposta **D)** Il lato del quadrato $ABCD$ è $\sqrt{5}$, maggiore del doppio del lato di un quadratino, quindi se sovrappongo tale quadrato al quadrato grande in modo che abbiano i lati paralleli e un vertice comune copro un quadrato formato da 4 quadratini. Poiché l'area del quadrato $ABCD$ è 5 volte l'area di un quadratino, se esso coprisse 5 quadratini avremmo un quadrato formato esattamente da 5 quadratini uguali, e questo è impossibile.
3. Risposta **C)** Devo eliminare il 4 e poi o il primo 2 e uno dei 3 della coppia, o la coppia di 3; in ogni caso 3 numeri.
4. Risposta **E)** La cifra che richiede più stuzzicadenti è l'8, che ne richiede 7. Il numero di due cifre costruito è 88, impiegando 14 stuzzicadenti.
5. Risposta **A)** La parte di perimetro della figura a destra non comune alla prima figura misura 10 cm, mentre la parte di perimetro della prima figura che nella seconda non è più sul bordo misura 14 cm..
6. Risposta **D)** Dividendo il numero dei giorni di un anno per 7 abbiamo resto di 2 giorni negli anni bisestili e di 1 giorno negli altri; poiché il 2012 è bisestile, il primo anno che inizierà con lo stesso giorno con cui è

iniziato il 2009 è il 2015 e potrò utilizzare lo stesso calendario perché nessuno dei due anni è bisestile.

7. Risposta **D)** La parte del ponte che sta sopra il fiume è $\frac{2}{4}$ di tutto il ponte, quindi il ponte è lungo 240 m.
8. Risposta **C)** I quadrati che compaiono in figura hanno lati proporzionali ai numeri 1, 2 e 3, che quindi misurano rispettivamente 20, 40 e 60 cm. Poiché sono evidenziati in grassetto 5 lati di quadrati piccoli, 5 di quadrati medi e 2 di un quadrato grande, la linea misura 420 cm.
9. Risposta **B)** Se esattamente 6 alunni parlano entrambe le lingue, ci sono 9 alunni che parlano solo inglese e 9 che parlano solo tedesco, quindi in totale $9+9+6 = 24$ alunni; potrebbero però essere più di 6 quelli che parlano entrambe le lingue, e in tal caso gli alunni sarebbero meno di 24.
10. Risposta **A)** Il primo addendo è divisibile per 8 (resto 0) mentre $17 = 2 \times 8 + 1$ quindi il resto è 1.
11. Risposta **C)** Affinché un intreccio non possa essere realizzato con un unico pezzo di corda occorre e basta che uno degli anelli di cui è costituito si chiuda su se stesso dopo l' intreccio con un anello adiacente e questo succede quando le corde si intrecciano un numero pari di volte. Questo accade solo, in figura, per gli intrecci che coinvolgono l' anello di sinistra nei casi I, III e per i due intrecci del caso V.

12. Risposta **C)** Il segmento BD divide il quadrilatero nei due triangoli rettangoli BAD e BCD, con cateti rispettivamente AB e AD, CB e CD, e di area rispettivamente, in metri quadri, $\frac{33}{2}$ e $\frac{63}{2}$; la somma delle aree è 48.
13. Risposta **D)** La differenza tra il numero dei ragazzi e delle ragazze diminuisce di 2 unità ogni settimana; poiché all' inizio è 16, dopo 8 settimane ragazzi e ragazze saranno nello stesso numero, esattamente $2 \times (39 + 8 \times 6) = 174$.
14. Risposta **E)** L'area della regione comune è $80 - 37 = 43$ quindi l' area della regione in grigio chiaro è $108 - 43 = 65$.
15. Risposta **C)** Il quadrato ha perimetro 36 cm., quindi il lato del triangolo, che coincide con il lato più lungo del rettangolo, misura 12 cm. e il lato corto del rettangolo cm. $(18-12) = \text{cm.}6$.
16. Risposta **B)** Il massimo comun divisore tra 24 e 60 è 12, quindi i cubi più grandi che possiamo usare avranno spigolo di 12 cm. Mettendo ad esempio il parallelepipedo con il lato più lungo in verticale, potremo riempirlo con 5 strati, ciascuno formato da 4 cubi: in totale 20 cubi.
17. Risposta **E)** In una settimana (da domenica a sabato) Carlo legge $25+6 \times 4 = 49$ pagine; dopo 5 settimane avrà letto 245 pagine e leggerà le 45 pagine restanti in una domenica (25) e 5 giorni feriali ($5 \times 4 = 20$): in totale 41 giorni.
18. Risposta **A)** La somma dei numeri dei piazzamenti di Alessia e Davide dà il piazzamento di Celestina, quindi il piazzamento di Celestina può essere 4 o 3; 3 va escluso perché in tal caso anche Bruno sarebbe allo stesso

posto. Allora Celestina è al quarto posto, di conseguenza Bruno è al secondo e il primo e terzo posto sono occupati dalla coppia Davide e Alessia, ma non è possibile stabilire in che ordine.

19. Risposta **C)** Scomponendo in fattori primi otteniamo $2009 = 7^2 \times 41$, quindi un rettangolo può essere piastrellato se le misure dei suoi lati sono una delle coppie (1,2009); (7,287); (49,41).

20. Risposta **B)** Se il numero fosse divisibile per 55, sarebbero vere 3 affermazioni, se fosse divisibile per 11 ma non per 55 solo una sarebbe vera. Devono quindi essere vere le altre due affermazioni, e l'unico numero che le soddisfa entrambe è 5.

21. Risposta **C)** Ai vertici liberi dei due triangoli che contengono i vertici contrassegnati con 1 e 5 occorre assegnare lo stesso valore, che deve essere 5 perché tutti i 3 triangoli ottenuti soddisfino la condizione richiesta. A questo punto è ovvio che al vertice residuo, opposto ad 1, occorre assegnare valore 1. La somma è quindi 17.

22. Risposta **D)** Poiché la somma degli interi da 1 ad 8 vale 36, la somma dei numeri riportati sulle carte che stanno in una scatola è 18. Allora 2 non può stare in X : infatti detti a e b i valori delle altre due carte in X si avrebbe $2 + a + b = 18$, impossibile nelle nostre ipotesi.

23. Risposta **A)** In ognuno dei 5 piani ci sono 4 camere il cui numero termina per 2 e 10 camere il cui numero ha 2 come seconda cifra; inoltre al secondo piano tutte le 35 camere hanno 2 come prima cifra; in totale la cifra 2 compare $5 \times (4 + 10) + 35 = 105$ volte.

24. Risposta **C)** Ciascuno dei quattro triangoli rettangoli isosceli non ombreggiati è metà di un quadrato con diagonale 6cm., ed ha quindi area 9 cm^2 ., mentre ciascuno dei 4 quadrati negli angoli ha area 4 cm^2 . L'area della parte ombreggiata del quadrato è $100 - 4(9 + 4) \text{ cm}^2 = 48 \text{ cm}^2$.
25. Risposta **B)** Sottraendo la prima colonna dalla prima riga otteniamo che $A=B+1$, quindi dalla prima riga abbiamo che $A=4$ e $B=3$, e di conseguenza, dalla seconda riga, che $C=1$.
26. Risposta **B)** Il cammino $(B \times 7 - 49) \times 6 \times 7$ produce un numero pari, quindi va escluso. Gli altri due cammini presentano, commutati, gli stessi prodotti e una stessa sottrazione finale, e quindi portano allo stesso risultato; poiché $2009 + 49 = 2058 = 7^3 \times 3 \times 2$, concludiamo che 2009 può essere ottenuto partendo in B con 7.
27. Risposta **E)** Ogni numero compare 8 volte, 6 abbinato ad un numero diverso da lui e 2 volte su una tessera contenente 2 numeri uguali. Il numero dei pallini sarà allora $8 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 168$.
28. Risposta **B)** Detti a_i e b_i , rispettivamente, il maggiore ed il minore dei numeri della riga i -sima, $a_i = a_{i-1} + b_{i-1}$, $b_i = a_{i-1} - b_{i-1}$, quindi $a_{i+1} = a_i + b_i = 2a_{i-1}$ e $b_{i+1} = a_i - b_i = 2b_{i-1}$, cioè i numeri di una riga sono il doppio dei corrispondenti numeri di due righe prima. Passando dalla 11-sima riga alla prima i numeri sono stati dimezzati 5 volte, quindi $a_1 = 3$ e $b_1 = 2$, con somma 5.
29. Risposta **A)** Se il gruppo è formato da sole donne devono essere state comprate scarpe di tutti i numeri dal 36 al 45, e ne sono state formate

nove coppie con la scarpa sinistra di un numero più grande della destra, quindi il gruppo è formato da 9 persone. Se nel gruppo ci sono degli uomini, per non avere ulteriori resti occorre escludere le paia di scarpe di numero intermedio tra quello dei due diversi piedi di uno stesso maschio. Si potranno così avere al massimo 8 persone nel gruppo.

30. Risposta **D)** Indicata con (i,j) la casella sulla riga i -esima e colonna j -esima, le lettere già presenti mi obbligano a mettere X in $(3,2)$, Z in $(2,3)$, X in $(1,3)$, W in $(2,4)$, X in $(3,4)$, Y in $(1,4)$, quindi Z in $(2,5)$ e infine Y in $(3,5)$. A questo punto la quarta riga può contenere solo Z e W , alternati, ma iniziando da uno qualunque dei due.